Les Francs Bourgeois - La Salle
Frères des Écoles Chrétiennes

DST 3 de :	**SPECIALITE MATHEMATIQUES**		
Date du DST :	**Jeudi 7 mars 2024**	**Durée de l'épreuve :**	**2 heures**
Nom du professeur :	**Mme FAHLAOUI**	**Groupe :**	**1SPE MATHS4**
Matériel autorisé :	• L'usage de la calculatrice graphique avec **MODE EXAMEN ACTIF** est autorisé pour cette épreuve. • L'usage de la calculatrice sans mémoire « type **collège** » est autorisé pour cette épreuve.		
Consignes particulières :	• Ne pas rendre le sujet (pages 1, 2 & 3). • Compléter la page 5 et la rendre avec la copie.		

Exercice 1

1. Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes en justifiant l'ensemble de dérivabilité :
   (a) $f(x) = x + 7 + \dfrac{2}{2x+3}$
   (b) $g(x) = \dfrac{3x^2 - x + 1}{2x - 3}$
2. Sachant que : $\forall x \in \mathbb{R} - \left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$, $f'(x) = \dfrac{(2x+1)(2x+5)}{(2x+3)^2}$
   Donner le tableau de variation de f et en déduire les éventuels extrema locaux.
3. Sachant que : $\forall x \in \mathbb{R} - \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$, $g'(x) = \dfrac{6x^2 - 18x + 1}{(2x-3)^2}$
   Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 2.

Exercice 2

Calculer la valeur exacte du produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ pour chacun des cas suivants :

1. Dans un repère orthonormé, on a $A(2;2)$, $B(3;0)$ et $C(-1;1)$.
2. Le triangle ABC est tel que $AB = 11$, $AC = 13$ et $BC = 16$.
3. Le parallélogramme $ABCD$ est tel que $AB = 3$, $AC = 2$ et $AD = 4$.

Exercice 3

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) - \sin\left(3x - \dfrac{\pi}{2}\right) = 0$
2. Résoudre dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ l'inéquation : $\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) \geqslant \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 4

Chaque semaine, un agriculteur propose en vente directe à chacun de ses clients un panier de produits frais qui contient une seule bouteille de jus de fruits. Dans un esprit de développement durable, il fait le choix de bouteilles en verre incassable et demande à ce que chaque semaine, le client rapporte sa bouteille vide.

On suppose que le nombre de clients de l'agriculteur reste constant.

Une étude statistique réalisée donne les résultats suivants :

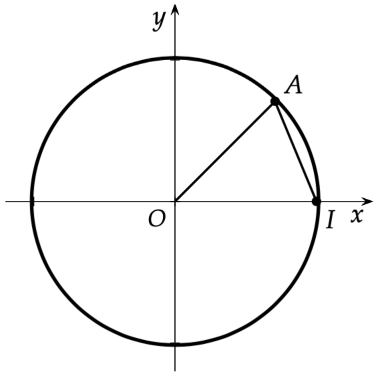
- À l'issue de la première semaine, la probabilité qu'un client rapporte la bouteille de son panier est $0,9$.
- Si le client a rapporté la bouteille de son panier une semaine, alors la probabilité qu'il ramène la bouteille du panier la semaine suivante est $0,95$.
- Si le client n'a pas rapporté la bouteille de son panier une semaine, alors la probabilité qu'il ramène la bouteille du panier la semaine suivante est $0,2$.

On choisit au hasard un client parmi la clientèle de l'agriculteur. Pour tout entier naturel n non nul, on note R_n l'évènement « le client rapporte la bouteille de son panier de la n-ième semaine ».

1. Modéliser la situation étudiée pour les deux premières semaines à l'aide d'un arbre pondéré qui fera intervenir les évènements R_1 et R_2 . (**Arbre à faire sur l'annexe page 5**)
2. Déterminer la probabilité que le client rapporte ses bouteilles des paniers de la première et de la deuxième semaine.
3. Montrer que la probabilité que le client rapporte la bouteille du panier de la deuxième semaine est égale à $0,875$.
4. Sachant que le client a rapporté la bouteille de son panier de la deuxième semaine, quelle est la probabilité qu'il n'ait pas rapporté la bouteille de son panier de la première semaine ?
   On arrondira le résultat à 10^{-3}.

Exercice 5

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, soit $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique, A le point du cercle trigonométrique image du réel $\dfrac{\pi}{4}$ et I le point d'intersection de l'axe des abscisses avec le cercle trigonométrique.



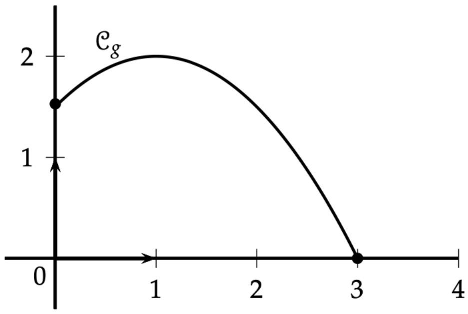
1. Rappeler les coordonnées des points I et A.
2. Calculer la distance IA.
3. Montrer que $IA = 2 \times \sin\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ et en déduire que $\sin\left(\dfrac{\pi}{8}\right) = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.
4. Déterminer alors $\sin\left(\dfrac{7\pi}{8}\right)$ et $\cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$.

Exercice 6

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des trois ou quatre réponses proposées est exacte. Compléter le tableau de l'annexe en indiquant la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte $0,5$ *point ; une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*

1. La courbe $\mathcal{C}_g$ ci-contre représente une fonction g définie et dérivable sur $[0;3]$.



On note g' sa fonction dérivée ; on a :

A. $g'(2) = -1$ **B.** $g'(2) = -5$ **C.** $g'(2) = \dfrac{4}{3}$ **D.** $g'(2) = 2$

2. La parabole $\mathcal{P}$, courbe représentative de la fonction f d'expression $f(x) = 2x^2 - 8x + 3$ a pour sommet :

A. $S(-2\ ;\ 27)$ **B.** $S(2\ ;-5)$ **C.** $S(4\ ;\ 3)$

3. On a $0 \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ et $\cos x = \dfrac{1}{2}$.

A. $\sin x = \dfrac{1}{2}$ **B.** $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\sin x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\sin x = 1$

4. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sin(x^2+1) + \cos(3x)$

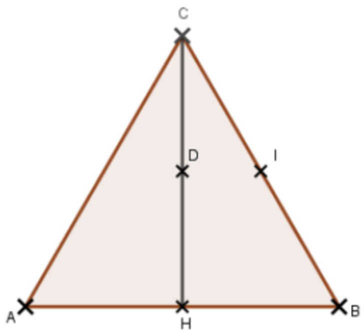
A.La fonction f est paire **B.**a fonction f est impaire **C.**La fonction f n'est ni paire, ni impaire

5. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $\sin(\pi - x) + \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) - \sin x = \dots$

A. $\sin x$ **B.** $\cos x$ **C.** $-\sin x$ **D.** $-\cos x$

6. ABC est un triangle équilatéral de côté a.

I et H sont les milieux respectifs de $[CB]$ et de $[AB]$. D est le projeté orthogonal de I sur (CH).



On a :

A. $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{DI} = 0$ **B.** $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AI} = 0$ **C.**$\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{HC} = 0$ **D.** $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{DI} = 0$

.

NOM Prénom :

Barème :

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	Exercice 5	Exercice 6
Total	6	3	2	5	3	3,5

Annexe de l'exercice 6

Numéro de la question	1.	2.	3.	4.	5.
Réponse					

Annexe de l'exercice 4

Représenter ici l'arbre pondéré demandé à la question 1.